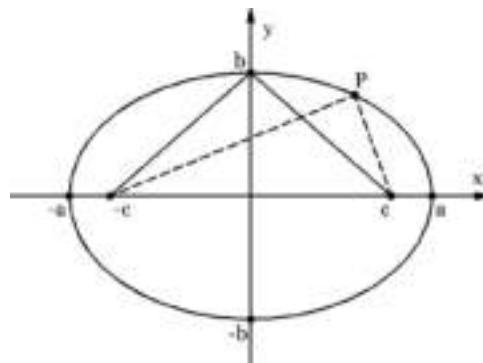
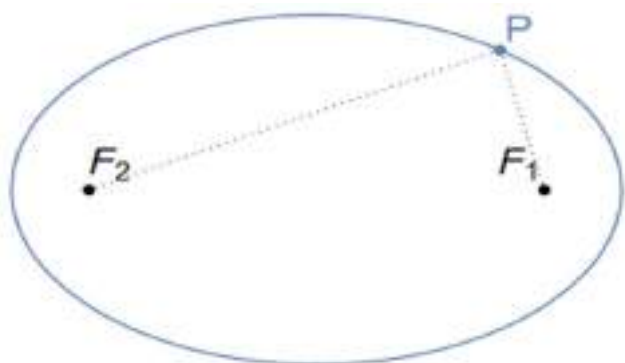


COSTRUZIONE DI UN'ELLISSE

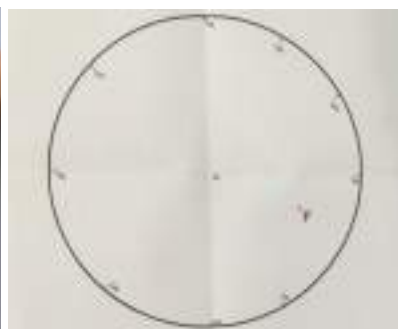
L'ellisse è il luogo geometrico dei punti P del piano per cui è costante la somma delle distanze da due punti fissi detti fuochi.



Esistono vari modi per costruire un'ellisse, ad esempio la cosiddetta ellisse del giardiniere.



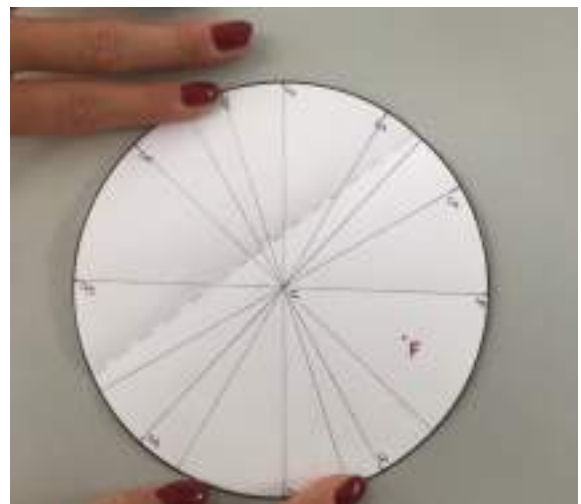
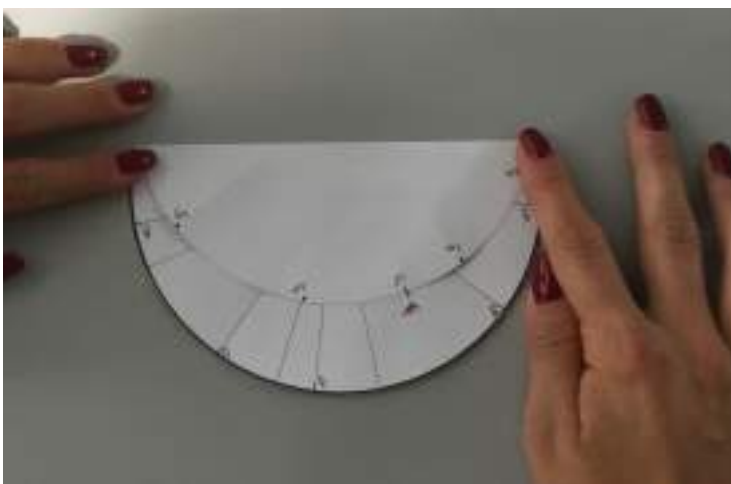
Un altro modo invece per costruire l'ellisse è quello di piegare la carta. In primo luogo si prende un foglio di carta e si disegna una circonferenza di centro C. Di seguito è necessario segnare dei punti sulla circonferenza stessa $G_1, G_2 \dots G_{10}$. Premere con la matita in modo che i punti G si vedano anche sul retro della carta.



Successivamente si traccia un segmento che congiunge ogni punto al centro, ovvero il raggio, e si segna un punto F, preso a piacere, all'interno della circonferenza.

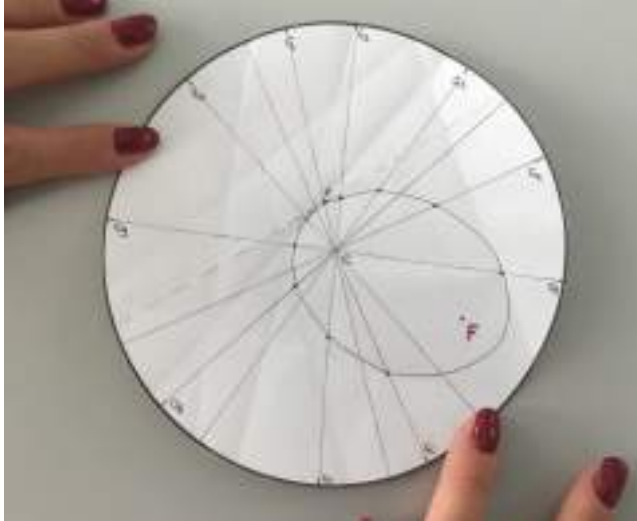


È ora necessario piegare il foglio in modo tale da sovrapporre ciascuno dei punti segnati sulla circonferenza al punto F.
Nella figura, la piegatura ottenuta dalla sovrapposizione del punto G al punto F è l'asse del segmento GF.



Successivamente si segna il punto di intersezione di ciascun raggio con l'asse del segmento individuato dalla piegatura, chiamandolo P.

Ripetendo questa operazione si ottengono numerosi punti P. Si può quindi osservare che collegando tutti i punti si formerà un'ellisse e che le piegature sono proprio le rette tangenti all'ellisse nei diversi punti P.



Come facciamo ad essere sicuri che i punti P trovati abbiano la proprietà di appartenere ad un'ellisse?

Dimostrazione per il punto G_3 :

Evidenziando l'asse del segmento G_3F (tratteggiato in figura seguendo la piegatura) si trova l'intersezione con il raggio G_3C . Tutti i punti dell'asse sono equidistanti dai due estremi del segmento FG_3 .

Di conseguenza $PG_3 \cong PF$.

Si può notare che $PC + PG_3 \cong r$

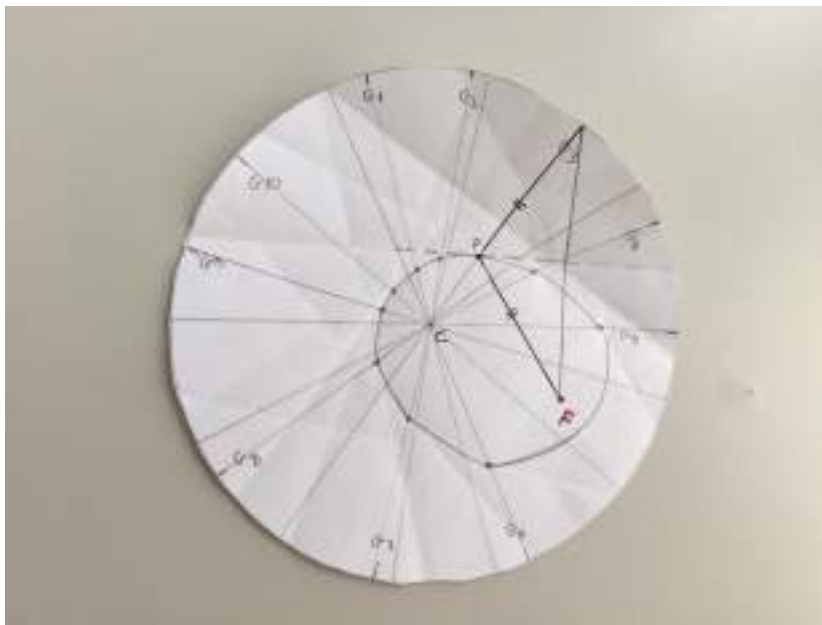
Dunque sostituendo PG_3 con PF si ottiene $PC + PF \cong r$

Si ottiene quindi che C è il secondo fuoco e PF è la distanza dal primo fuoco, mentre PC è la distanza dal secondo fuoco.

Quindi i punti P trovati hanno tutti la stessa proprietà:

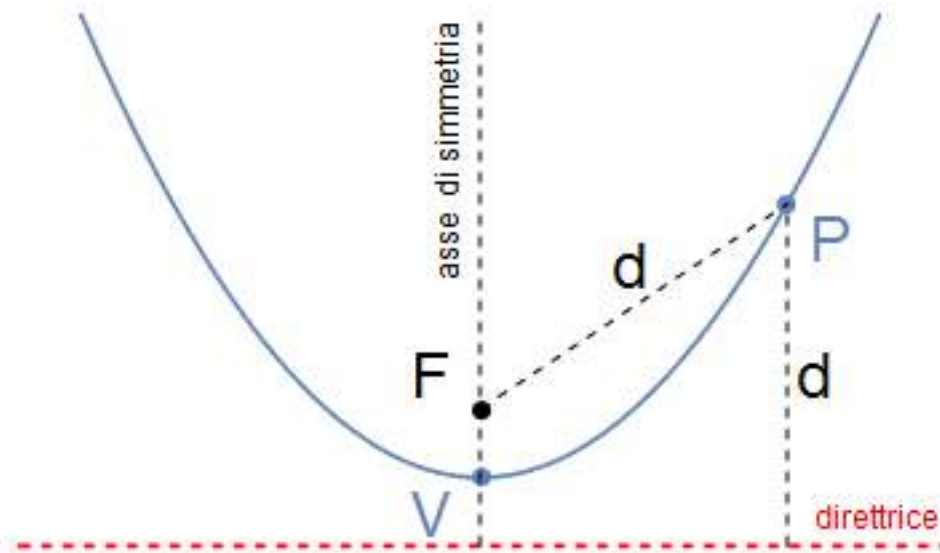
“la somma delle loro distanze da F e da C è uguale a r, cioè una costante.”

Sono davvero i punti di un'ellisse.

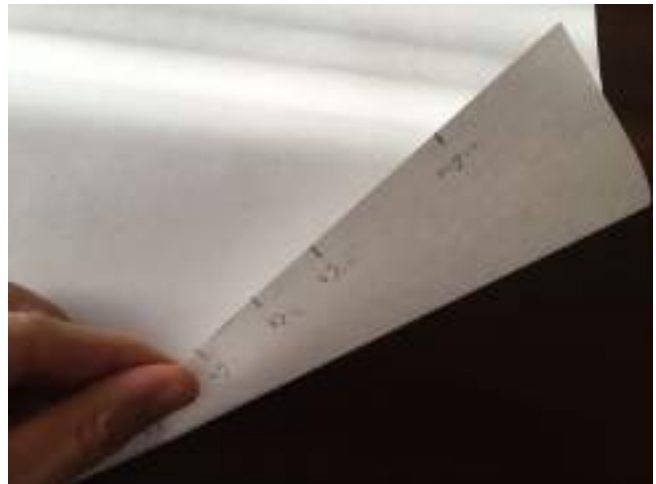


La costruzione di una parabola

La parabola è il luogo geometrico dei punti equidistanti da un punto fisso detto fuoco e da una retta detta direttrice.



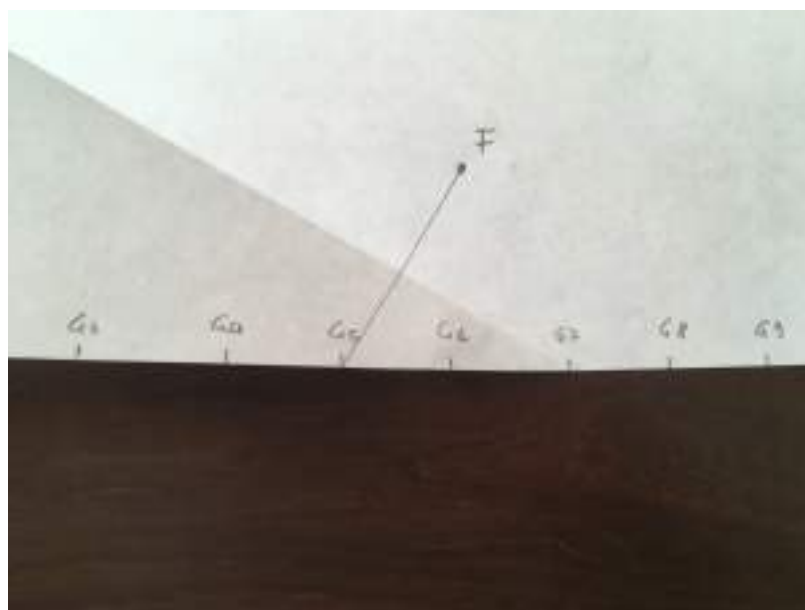
È possibile costruire una parabola piegando la carta; per prima cosa si prende il foglio e si segna su un lato una serie di punti a piacere G_1, G_2, \dots, G_{10} , è utile segnare i punti calcando bene, così che si possa evidenziarli su entrambe le facce del foglio.



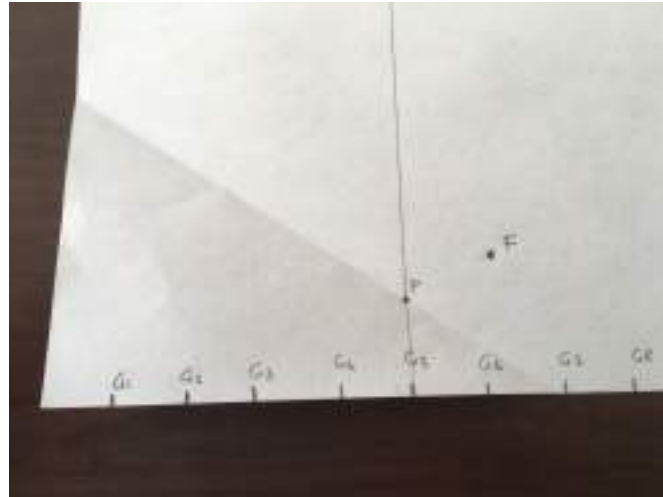
Successivamente si segna un punto F all'interno del foglio.



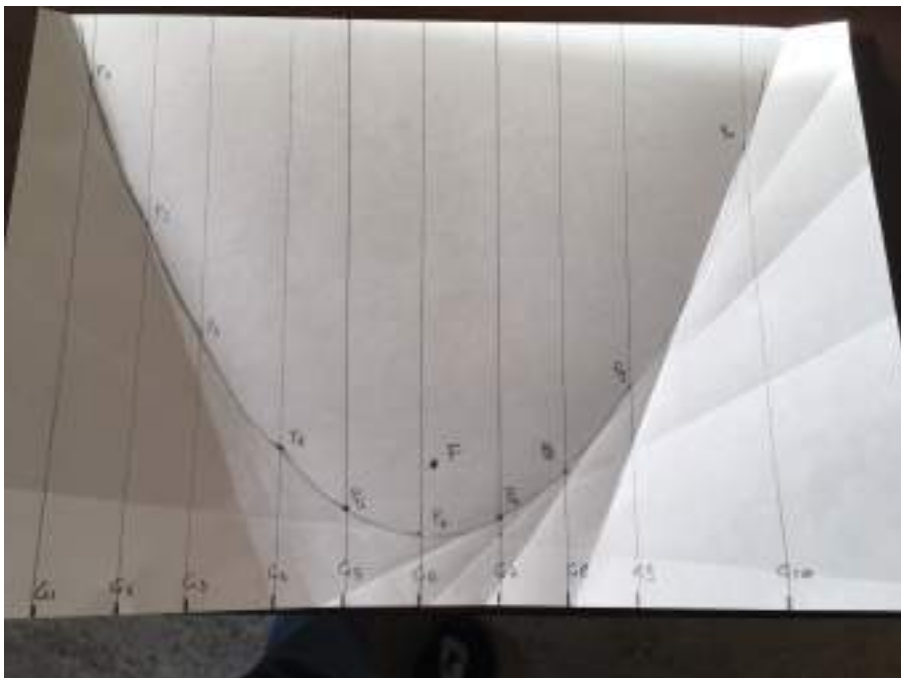
Dopo di che si piega il foglio in modo da sovrapporre uno dei punti G al punto F; riaprendo la piegatura si può osservare che, dalla piega, si è formato un segmento che rappresenta l'asse del segmento GF (in questo caso G_5F)



In seguito si traccia la retta perpendicolare al lato su cui si sono segnati i punti e passante per G_5 e si segna l'Intersezione P tra la retta perpendicolare e l'asse del segmento G_5F ottenuto con la piegatura.

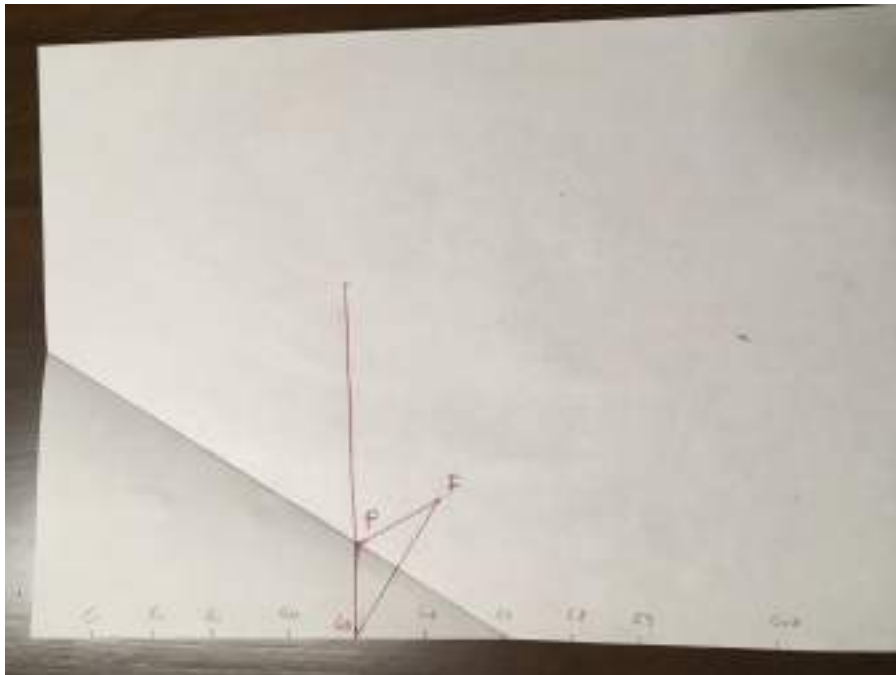


Si tratta ora di ripetere l'operazione per tutti i punti G individuati creando i corrispondenti punti P.



Congiungendo tutti i punti P di intersezione, si formerà una parabola, in cui il punto F è il fuoco e il lato su cui si trovano i punti G è la direttrice. Si può inoltre osservare che le piegature sono le rette tangenti alla parabola nei corrispondenti punti P.

Dimostrazione:



Ripassando la piegatura si traccia l'asse di G_5F , tracciando la perpendicolare in G_5 si trova P che interseca l'asse.

Di conseguenza per la proprietà dei punti di un asse (ovvero che essi sono equidistanti dagli estremi)

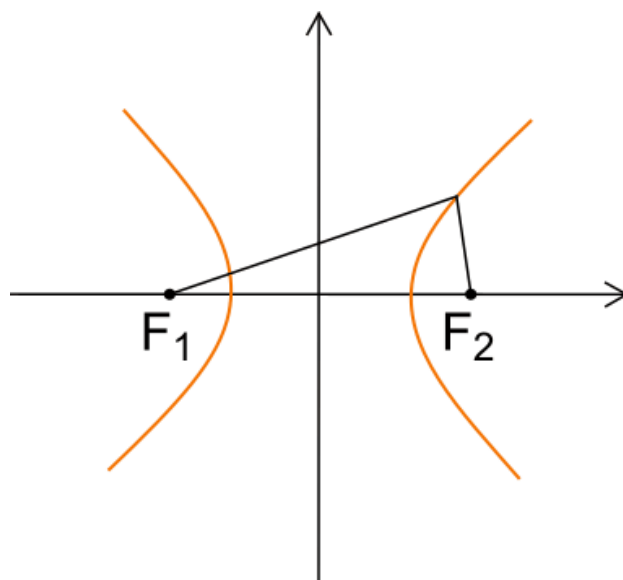
$$PG_5 \cong PF.$$

Poiché P appartiene alla perpendicolare, PG non è solo la distanza tra il punto P e il punto G, ma anche la distanza tra il punto P e la retta su cui abbiamo tracciato i punti G.

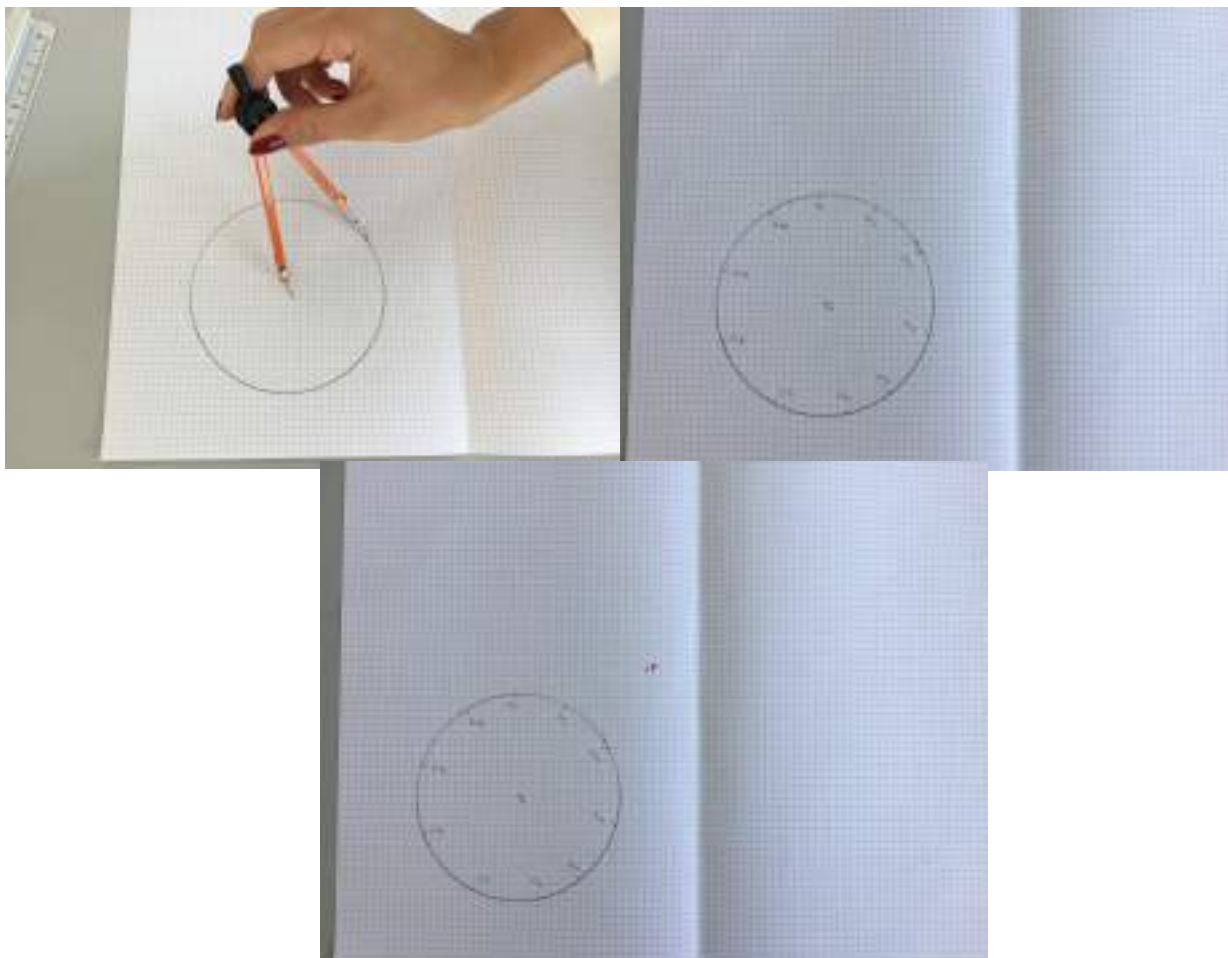
Quindi la distanza tra P e F e tra P e la direttrice è la stessa; P è un punto della parabola.

Costruzione di un'iperbole

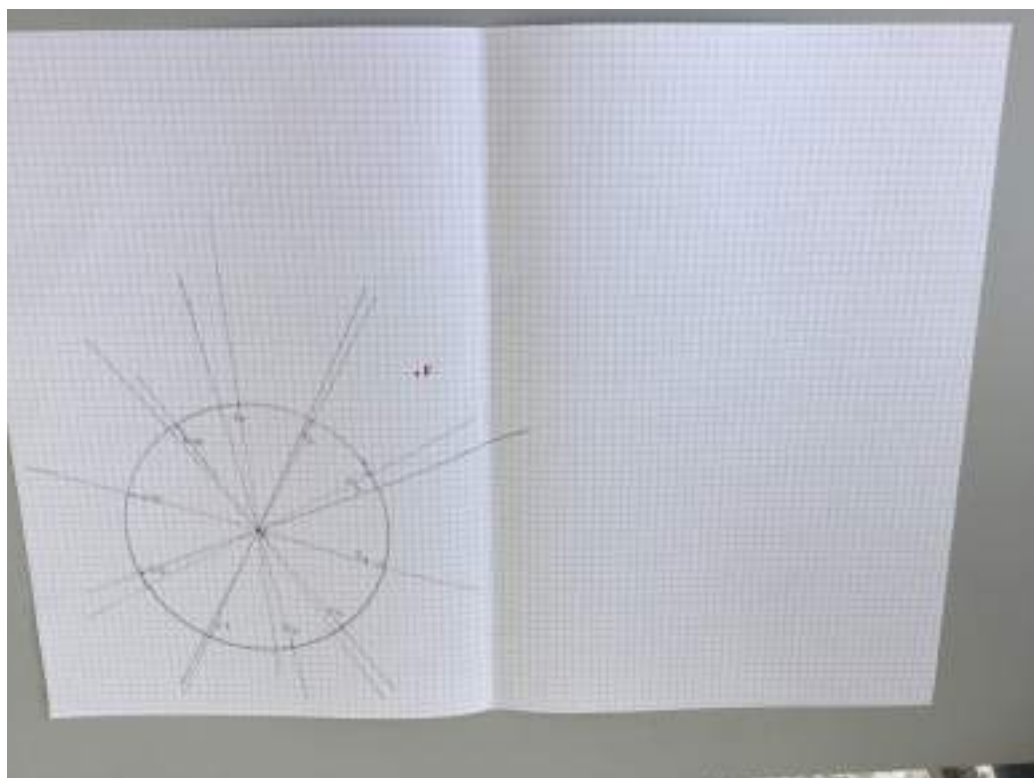
L'iperbole è il luogo geometrico dei punti P del piano per cui è costante la differenza, in modulo, delle distanze da due punti fissi detti fuochi.



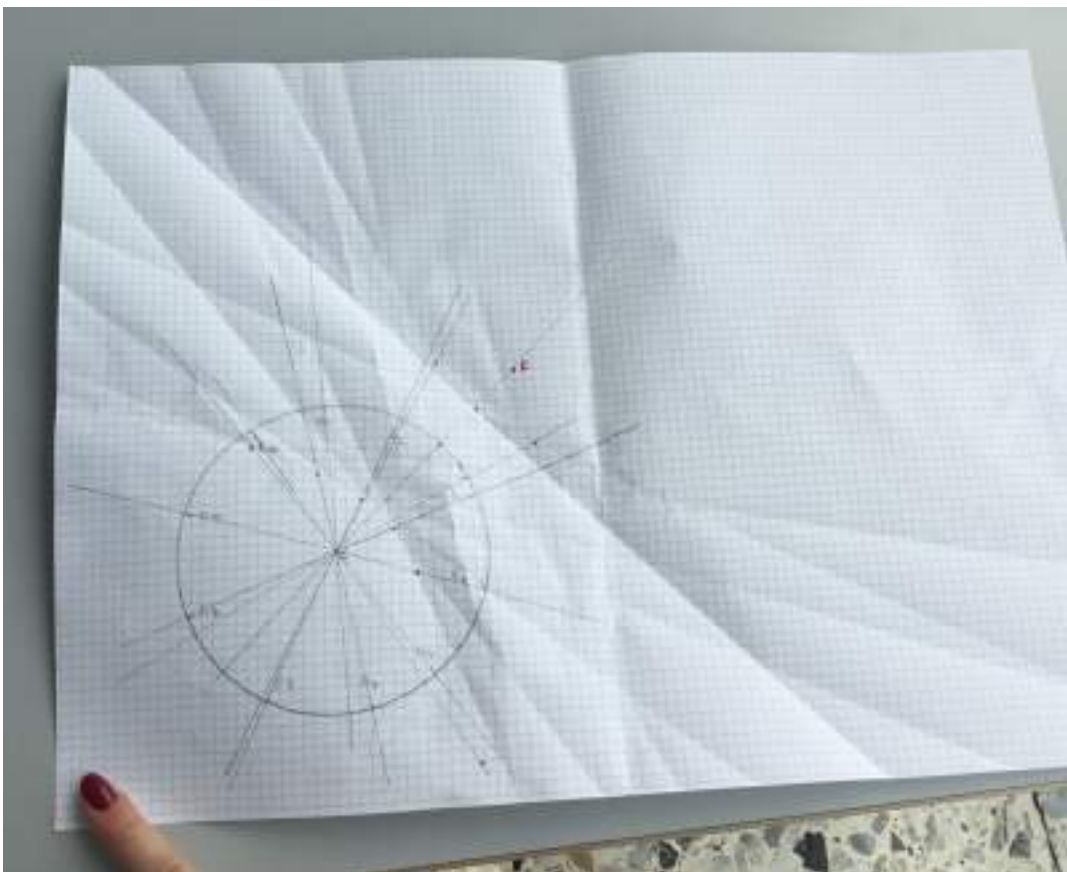
Per costruire un'iperbole con un foglio di carta, occorre disegnare una circonferenza di centro C e segnare alcuni punti sulla circonferenza stessa ($G_1, G_2 \dots G_{10}$). Infine è necessario fissare un punto F al di fuori della circonferenza.



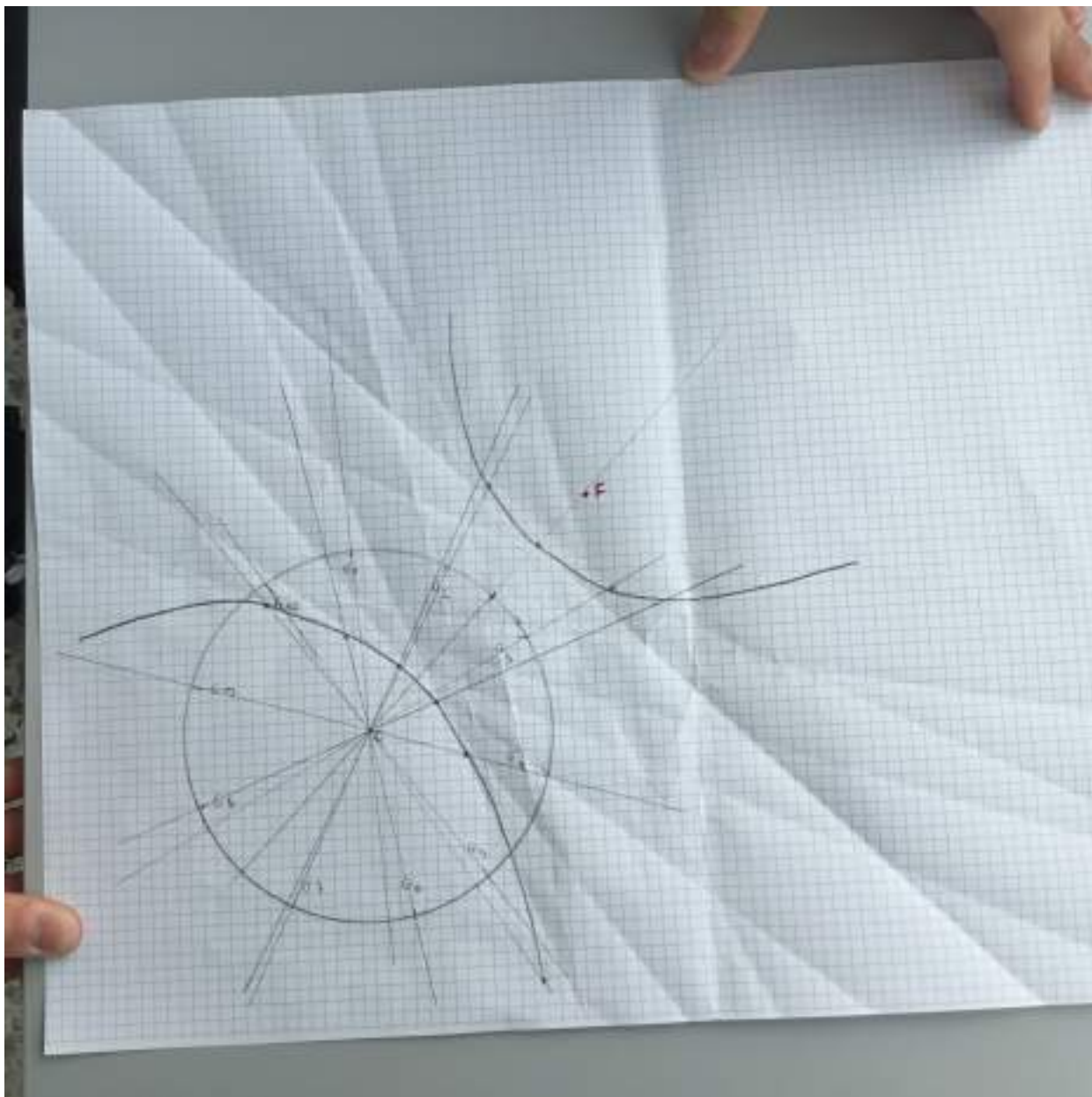
Successivamente bisogna tracciare il segmento che congiunge ciascuno di questi punti con il centro C , cioè il raggio, prolungandolo però anche oltre i punti G all'esterno della circonferenza.



Si piega quindi il foglio in modo da sovrapporre ciascuno dei punti segnati sulla circonferenza al punto F. Nella figura, la piegatura data dalla sovrapposizione del punto G al punto F è l'asse del segmento GF. Successivamente si segna il punto di intersezione dei raggi o dei loro prolungamenti con l'asse del segmento stesso.



Si può quindi osservare che collegando tutti i punti di intersezione si formeranno i due rami di un'iperbole e anche in questo caso le piegature sono proprio le rette tangenti all'iperbole nel corrispondente punto.



Dimostrazione:

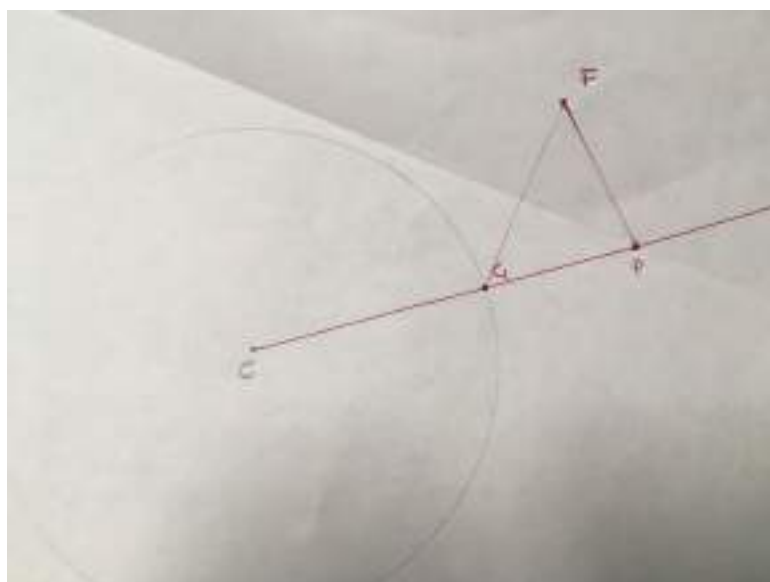
Con la piegatura si ottiene l'asse di FG; il punto P che si trova dall'intersezione dell'asse con la retta GC.

I punti dell'asse sono equidistanti da F e da G, quindi $PF \cong PG$.

Si osserva che sottraendo al segmento PC il segmento PG, si ottiene il raggio della circonferenza: $PC - PG = r$ quindi anche

$PC - PF = r$

Si dimostra così che la differenza tra le distanze di P dai fuochi C e F è costante ed è r .



TRIANGOLO EQUILATERO

Per ricavare un triangolo equilatero da un foglio rettangolare, è necessario piegare l'A4 a metà dividendo il lato corto.

La piega deve essere precisa e le due parti perfettamente simmetriche e uguali.

Nell'operazione successiva, piegare l'angolo inferiore destro cercando di sovrapporre il vertice ad un punto della linea di divisione precedentemente tracciata e di dividere l'angolo in basso a sinistra.



Si otterrà un trapezio rettangolo. Il lembo piegato, invece, avrà la forma di triangolo rettangolo. Questa è l'operazione più importante perché in questo modo abbiamo diviso l'angolo retto in basso a sinistra in tre parti uguali di cui due sovrapposte: abbiamo quindi un angolo di 60° .

Piegare lungo il cateto corto del triangolo rettangolo così che un lato si sovrapponga perfettamente a quello opposto della figura trapezoidale. Subito si evidenzia la sagoma del triangolo equilatero che si sta per ricavare dal foglio rettangolare.

L'ultimo passaggio utile per ricavare un triangolo equilatero consiste nel reclinare la sporgenza triangolare che fuoriesce dalla base all'interno della piega del foglio. Il risultato finale è un triangolo equilatero vero e proprio.



QUADRATO

Prendere un foglio A4 e piegare un lato corto sul più lungo il più precisamente possibile.

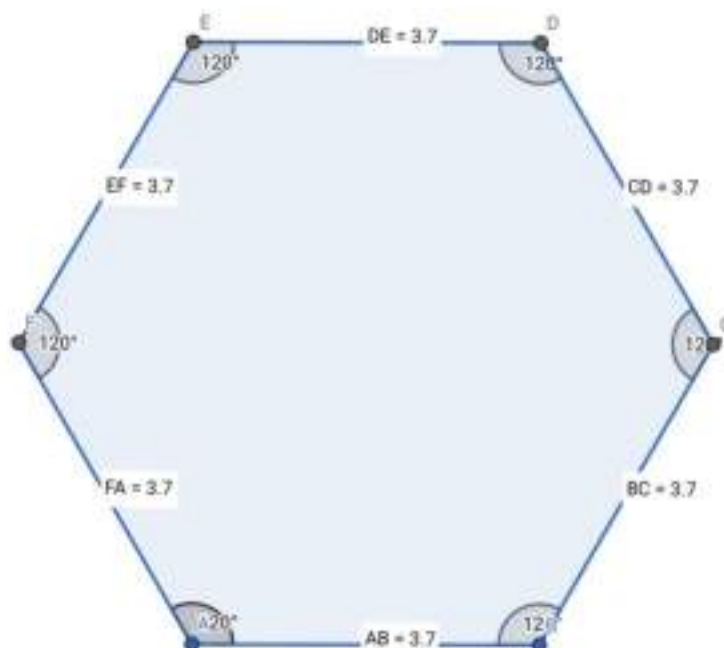
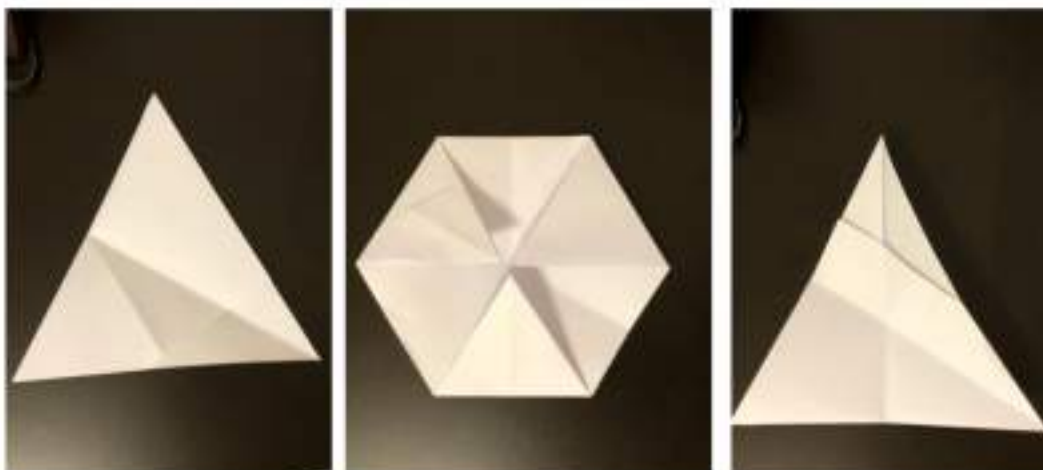
Notiamo che si è formato un triangolo rettangolo isoscele e un rettangolo.

Con l'aiuto delle forbici, tagliamo il rettangolo, così da considerare solo il triangolo rettangolo e da ottenere il quadrato (notiamo che l'ipotenusa del triangolo rettangolo ottenuto è esattamente la diagonale del quadrato e corrisponde al lato lungo del foglio A4 originale).



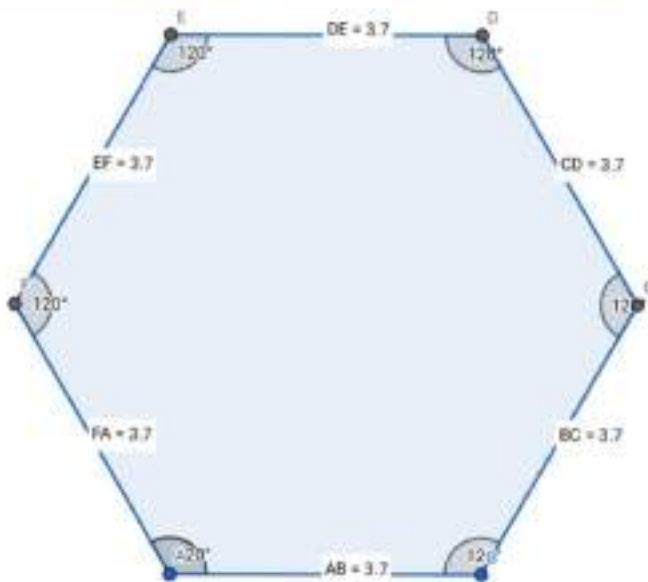
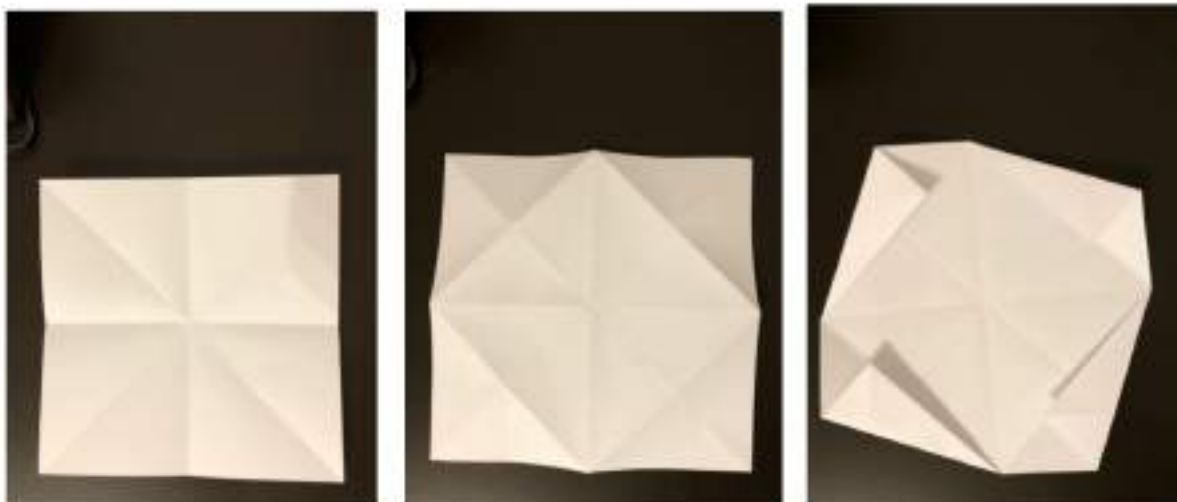
ESAGONO REGOLARE

- Costruire un triangolo equilatero partendo da un foglio A4, come indicato precedentemente.
- Piegare a metà il triangolo equilatero ottenuto, in modo da tracciare almeno due altezze ed individuare il loro centro.
- Piegare tutti e tre i vertici verso il punto di intersezione fra le due altezze, così da ottenere un esagono regolare (possiamo notare che l'angolo di 360° presente nel mezzo del triangolo è stato diviso in 6 angoli uguali).



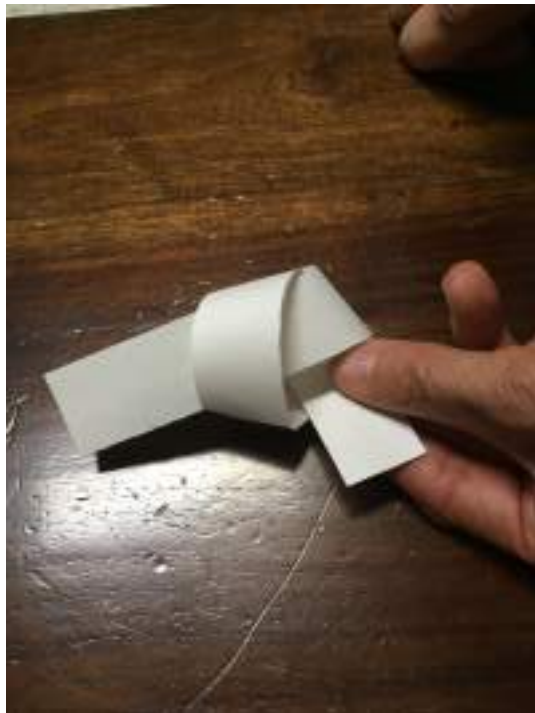
OTTAGONO REGOLARE

- Costruire un quadrato partendo da un foglio A4, come indicato precedentemente.
- Piegare il quadrato in modo da ottenere tutti e quattro i suoi assi di simmetria (tra cui le due diagonali). Il punto di intersezione fra tutti gli assi è il centro del quadrato.
- Piegare tutti gli angoli verso il centro, così da ottenere una linea di piega necessaria per i passaggi successivi (possiamo notare che si sono formati otto triangoli isosceli e rettangoli).
- Piegare i lati del quadrato lungo la piega creata nel passaggio precedente.
- Eseguire lo stesso passaggio con i quattro angoli rimanenti, così da formare un ottagono regolare.

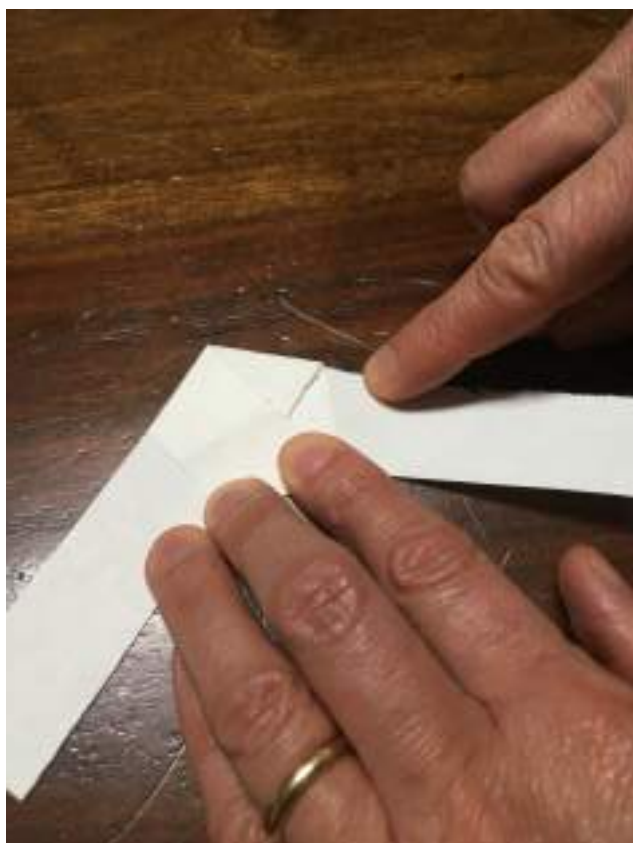


PENTAGONO REGOLARE

Prendere un foglio A4 e ricavare una striscia rettangolare che ha come altezza il lato lungo del foglio e come base una porzione del lato corto non troppo spessa, per rendere possibili i passaggi successivi.
Una volta ottenuta la striscia è necessario creare un nodo.



Porre attenzione a non lasciare spazio tra le parti del nodo.



Dopo questo passaggio inizia a prendere forma la figura che stiamo cercando, bisogna solo piegare all'indietro le due strisce di foglio che avanzano a destra e sinistra.

